

 The logo of the Universidade Federal do Pará features a central shield with a white eagle with wings spread, perched on an open book. Above the shield is a yellow and red flame. Below the shield is a red ribbon with the text 'UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ' in white. The entire emblem is set against a blue background.	<p>Universidade Federal do Pará Instituto de Ciências Exatas e Naturais Programa da Pós-Graduação em Matemática e Estatística - PPGME</p>
---	---

## **Identificação**

Nome do Projeto: Projeto de Iniciação Científica no PPGME (PIC-PPGME).

Subunidade organizadora: Programa de Pós-graduação em Matemática e Estatística - PPGME.

Coordenação do PIC-PPGME: Coordenador do PPGME.

Periodicidade: Contínuo com início em agosto de 2011.

## **Resumo**

O PIC-PPGME – Projeto de Iniciação Científica no PPGME tem como objetivo central preparar recursos humanos com qualidade para a pesquisa e para a docência em Matemática.

O projeto é destinado a alunos do curso de graduação em Matemática e pretende dar formação qualitativa a esses discentes, através de cursos avançados, minicursos e palestras ministradas por Professores do PPGME e por Professores visitantes deste Programa de Pós-Graduação.

Como resultado desta iniciativa, pretendemos possibilitar ao aluno de graduação convívio com o ambiente de pesquisa, fortalecer os cursos de Mestrado em Matemática e Estatística e Doutorado em Matemática, criando uma demanda qualificada para esses cursos e proporcionando uma melhor avaliação dos nossos cursos de Pós-graduação por partes das agências de fomento. Além disso, cremos que essa iniciativa contribui de modo decisivo com a melhoria do curso de graduação em Matemática.

## Introdução

O PPGME, sob a responsabilidade do Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN) da Universidade Federal do Pará, tem a infraestrutura física e os recursos humanos das Faculdades de Matemática e de Estatística do referido Instituto.

O PPGME começou em 2004 com o Curso de Mestrado em Matemática, tendo como área de concentração a Matemática Aplicada em duas linhas de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados e Modelos Estatísticos Generalizados.

Em 2010 o PPGME foi autorizado pela CAPES a ofertar o primeiro curso de Doutorado em Matemática na região norte, em associação ampla com a UFAM – Universidade Federal do Amazonas.

O objetivo central desse programa é preparar recursos humanos com qualificação para a docência e para a pesquisa em Matemática e Estatística, dando-lhes, desse modo, condições para que possam desempenhar o exercício do magistério superior com maior eficiência e desenvolver, com qualidade, a pesquisa nos diversos ramos do conhecimento matemático.

Na última avaliação trienal 2010 da CAPES (período avaliado: 2007 a 2009), o PPGME obteve nota 4 e formou até a presente data 86 alunos de mestrado, atestando o crescimento da qualidade de seus cursos e consolidando seu papel de liderança entre os cursos de pós-graduação em Matemática na região Norte. Vale ressaltar que o PPGME é o único programa de Pós-Graduação em Matemática da região Amazônica com este conceito.

Nos dias atuais, o PPGME possui no programa de mestrado 12 Professores permanentes e 2 colaboradores. No programa de Doutorado possui 09 Professores permanentes, cuja produção científica se reflete em artigos publicados em periódicos de circulação internacional muito bem qualificados no Qualis da CAPES, o que mostra a excelência do grupo. Entretanto a atuação desses Professores não se restringe apenas à pesquisa. Todos se dedicam ao ensino, à orientação em vários níveis (Iniciação Científica, trabalhos de Conclusão de Curso de Graduação, monografias de Especialização e dissertações de Mestrado), participações em intercâmbios, organizações de eventos, etc., o que mostra serem componentes engajados em múltiplas atividades.

Temos a expectativa que o curso de Doutorado em Matemática atenderá uma grande demanda reprimida, colaborando de forma decisiva na consolidação da pesquisa científica na região e na formação de profissionais com qualificação suficiente para proporcionar o desenvolvimento tão almejado pelos amazônidas.

No ano de 2011, o PPGME associou-se a SBM – Sociedade Brasileira de Matemática e ofertou o curso de Mestrado Profissional em Matemática. Este curso é destinado aos Professores da rede pública e tem como objetivo central é melhorar o ensino público do Estado do Pará.

O PIC-PPGME vem ao encontro das metas estabelecidas para o PPGME, pois tem como objetivo central a formação de recursos humanos, através de cursos avançados, minicursos e palestras em tópicos que são fundamentais na formação de Matemáticos e Estatísticos.

# Objetivos

## Objetivos gerais

- Promover o intercâmbio científico entre pesquisadores do PPGME, alunos de graduação e pós-graduação na área de Matemática e Estatística, tendo em vista o fomento à produção de novos conhecimentos;
- Possibilitar ao aluno de graduação convívio com o ambiente de pesquisa;
- Contribuir para a melhoria dos cursos de Licenciatura em Matemática, além de promover o desenvolvimento científico nacional.

## Objetivos específicos

- Contribuir na formação dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática através da oferta de cursos avançados e que são, normalmente, estudados somente num curso de Bacharelado em Matemática;
- Criar uma demanda qualificada para os cursos de Pós-graduação do PPGME proporcionando que os discentes cheguem mais rapidamente ao curso de Doutorado;
- Contribuir com a geração de novos conhecimentos em Matemática e com a formação de pessoal qualificado;
- Fortalecer o PPGME, em particular o curso de Doutorado em Matemática que foi aprovado em 2010, com a entrada de alunos que poderão passar um tempo menor no curso de Mestrado em Matemática e ingressar mais rapidamente no curso de Doutorado.

## **Justificativas**

A Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará não possui o curso de Bacharelado em Matemática, razão pelo qual, importantes conteúdos, que são pré-requisitos básicos e fundamentais para quem pretende seguir num curso de Pós-graduação na área, não são estudados no Curso de Licenciatura em Matemática.

Esse projeto pretende preencher essa lacuna na formação dos discentes, ofertando os cursos de Análise I, Equações Diferenciais Ordinárias, Análise II, Álgebra Linear II, Análise III, Topologia dos Espaços Métricos, Introdução à Geometria Diferencial e Álgebra I.

O projeto visa criar, todo semestre, uma turma com 20 alunos, previamente selecionados entre os alunos da graduação em Matemática, que tenham interesse e aptidão para a pesquisa. A chamada para a criação da turma ocorrerá através de edital, amplamente divulgado entre os alunos.

Essa seleção ocorrerá através de exames e entrevistas. Além disso, é recomendável que esses alunos já tenham cursado, com êxito, todas as disciplinas previstas até o quarto semestre do curso.

Serão ofertadas duas disciplinas por semestre, com carga horária de 60 horas por disciplina, em horário noturno, para não coincidir com as atividades regulares desses alunos, que ocorrem no período diurno.

O PPGME incentivará fortemente seus pesquisadores a canalizarem para esses estudantes as bolsas PIBIC captadas na PROPESP. Além disso, outros projetos deverão ser apresentados ao CNPQ e a CAPES para captação de bolsas para esses discentes.

A carga horária das disciplinas integrará o plano de trabalho do Professor que as ministrará.

Os alunos creditarão essa carga horária na disciplina Atividades Complementares, prevista no Plano Pedagógico do Curso.

Após a conclusão do curso de graduação, O PPGME aceitará no seu corpo discente, fora do processo seletivo, os melhores alunos de cada turma. A quantidade de alunos que serão aceitos será definida em reunião do colegiado do PPGME.

# **Ementas, conteúdo programático e bibliografia recomendada das disciplinas.**

## **Análise I**

### **OBJETIVOS:**

- Estudar formalmente os conceitos de limite, continuidade e derivabilidade de funções reais de uma variável real a partir da construção axiomática dos números reais e de noções topológicas na reta.
- Desenvolver o raciocínio lógico-analítico-formal.
- Estimular a redação matemática formal.

### **EMENTA:**

Conjuntos Enumeráveis. Números Reais: Um corpo ordenado completo. Sequências numéricas: Convergência e limite. Séries numéricas. Noções topológicas na reta. Limites de funções. Continuidade. Continuidade uniforme. Derivadas: derivada e crescimento local.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

#### **Unidade 1 - Números Reais**

Corpo. Definição. Exemplo. Interpretação Geométrica dos Racionais. Corpo Ordenado. Definição. Exemplos. Propriedades. Desigualdade de Bernoulli. Conjunto Limitado Superiormente. Conjunto Limitado Inferiormente. Supremo. Ínfimo. Números Reais. Definição. Ilustração de como obter os Números Reais pelo Método de Dedekind (cortes). Existência e Unicidade da Solução da Equação  $x^2 = 2$ . Generalização. Potências. Raízes. Módulo ou Valor Absoluto. Intervalos.

#### **Unidade 2 - Sequências e Séries de Números Reais**

Sequências. Definição. Exemplos. Termos de uma Sequência. Conjunto dos Termos. Sequências Limitadas. Sequências Monótonas. Definição. Exemplos Subsequências. Definição. Exemplos. Limite de uma Sequência. Unicidade. Sequência Convergente. Teoremas. Propriedades de Limites. Aplicações Teorema de Bolzano-Weierstrass. Sequência de Cauchy. Séries Numéricas. Definição. Termo Geral. Reduzidas. Série Convergente. Série Divergente. Tipos Especiais de Séries. Convergência Absoluta. Critérios de Convergência. Conjuntos Enumeráveis.

#### **Unidade 3 - Topologia na Reta**

Conjuntos abertos. Conjuntos fechados. Pontos de acumulação. Conjuntos compactos. O conjunto de Cantor.

#### **Unidade 4 - Funções Reais**

Funções reais. Definição. Exemplos. Limites. Propriedades. Funções contínuas. Definição. Exemplos. Propriedades. Função limitada. Máximo e mínimo. Função monótona. Função inversa. Tipos especiais de funções. Continuidade uniforme. Funções deriváveis. Definição. Exemplos. Propriedades. Derivada da função inversa. Derivada da função composta. Teorema do valor médio. Aplicações. Crescimento local. Pontos críticos de uma função.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

#### **Bibliografia básica:**

LIMA, Elon L. Curso de Análise, Volume 1. 11aed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/ IMPA, 2004.

LIMA, Elon L. Análise Real, Volume 1, 7 ed. Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

SPIVAK, M. Calculus, 3a ed. , Cambrige University Press, 2006.

#### **Bibliografia complementar:**

ÁVILA, Geraldo e BLUCHER, Edgard. Análise Matemática para Licenciatura. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001.

FIGUEIREDO, Djairo G. Análise I. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2000.

BARTLE, Robert G. Elementos de Análise Real, Rio de Janeiro: Campus, 1983.

MEDEIROS, L.A, MALTA, S., LÍMACO & CLARK, H. R. Lições de Análise Matemática, Instituto de Matemática , Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

BARTLE, Robert G. The elements of Real Analysis, Second Edition, John Wiley e Sons, 1976.

LANG, Serge. Analysis I. Addison-Wesley Publishing Company, 1969.

## **Equações Diferenciais Ordinárias**

### **OBJETIVOS:**

- Estudar os teoremas de existência, unicidade e dependência contínua das soluções de problemas de valores iniciais.
- Usar técnicas de Álgebra Linear para a resolução de sistemas lineares.
- Fazer uma introdução à teoria qualitativa dos sistemas autônomos no plano.

### **EMENTA:**

Teoria Geral das Equações Diferenciais Ordinárias. Teoremas de Existência e Unicidade. Soluções Máximas. Dependência contínua das soluções em relação aos dados iniciais. Sistemas de Equações Lineares. Matriz Solução Fundamental. Matrizes Exponenciais. O Método dos Autovalores e Autovetores. Sistemas Autônomos no Plano. Noções de Estabilidade.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

#### **Unidade 1: O Teorema de Existência e Unicidade.**

Noções gerais sobre equações diferenciais. O problema de valor inicial - PVI. O teorema de existência e unicidade da solução do PVI e o método das aproximações sucessivas de Picard. Convergência da sequência de aproximações sucessivas de Picard sob o ponto de vista de

sequências e séries de funções. Comentários sobre as hipóteses do teorema de existência e unicidade. Exemplos exibindo o carácter local do teorema. Noções de espaços métricos. Demonstração do teorema de existência e unicidade como aplicação do teorema do ponto fixo para contrações. O teorema de Peano e sua demonstração como aplicação do teorema de Arzelá. Intervalo maximal de existência de solução do problema de valor inicial. Sobre o comportamento da solução nos extremos do intervalo maximal. O Lema de Gronwall. Dependência contínua da solução do PVI com relação ao dado inicial.

## **Unidade 2: Sistemas Lineares.**

O espaço vetorial das soluções do sistema homogêneo. A fórmula de Abel-Liouville. Matriz solução fundamental. Propriedades da matriz solução fundamental. Sistemas lineares com coeficientes constantes E o método dos autovalores e autovetores para os casos de autovalores reais distintos e de autovalores complexos. O caso de autovalores repetidos. A matriz exponencial de matriz. O método de encontrar soluções LI via matrizes exponenciais. Associação entre o método dos autovalores e autovetores com a forma canônica de Jordan de uma matriz real.

## **Unidade 3: Introdução à Teoria Qualitativa.**

Equações escalares autônomas. Modelos de crescimento populacional. Soluções de equilíbrio. Linearização em torno de uma solução de equilíbrio. Sistemas autônomos no plano. Consequências do teorema de existência e unicidade. Órbitas. Principais propriedades das órbitas. O plano de fase. Soluções de equilíbrio. Estabilidade e Estabilidade assintótica. Classificação dos pontos de equilíbrio e o plano de fase para sistemas lineares. Relação entre a classificação de um ponto de equilíbrio do sistema linear e do sistema não linear. Conjuntos alfa e omega limites. Exemplos. Teorema de caracterização dos conjuntos alfa e omega limites. O teorema de Poincaré-Bendixon (sem a demonstração) e suas consequências. A equação de Liénard. O teorema de Levinson-Smith. A equação de van der Pol. O principio da invariancia de La Salle. Estudo do plano de fase para a equação do pêndulo. O critério estabilidade de Liapunov. Exemplos de aplicações do critério de estabilidade de Liapunov. Sistemas gradientes.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

#### **Bibliografia básica:**

FIGUEIREDO, D. G., NEVES, A. F., Equações Diferenciais Aplicações. 2 ed. Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.  
SOTOMAYOR, J., Lições de Equações diferenciais Ordinárias. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 1979.

BRAUN, Martin. Differential Equations and their Applications. 4th Edition, Springer-Verlag, 1992.

BRAUN, Martin. Equações diferenciais e suas aplicações. Rio de Janeiro: Campus, 1979.

BOYCE, W.E. e DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC – Livro Técnico e Científico, 2002.

#### **Bibliografia complementar:**

GUIDORIZZI, H. L., Um Curso de Cálculo, Vol. 4, 5 ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2002.

HISCH, M. W. e SMALE, S., Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. New York: Academic Press, 1974.

Hirsch, M. W., Smale, S. and Devaney, R.; Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos, Elsevier, 2004.

KREIDER, KOLLER E OSTBERG. Equações diferenciais. Edgard Blücher, 1972.

SIMMONS, G. F., Differential Equations with Applications and Historical Notes, Second Edition,



New York: McGraw-Hill Inc. 1991.

ZILL, D.G. e CULLEN, M. R., Equações Diferenciais, São Paulo: Makron Books, 2001.

## **Análise II**

### **OBJETIVOS:**

- Dar continuidade ao estudo de funções reais de uma variável real, estudando formalmente as aplicações da derivada, a Integral de Riemann e as Sequências e Séries de Funções.
- Desenvolver o raciocínio lógico-analítico-formal.
- Estimular a redação matemática formal.

### **EMENTA:**

Formula de Taylor e Aplicações da derivada. A Integral de Riemann. Sequências e Séries de Funções. Convergência uniforme. Equicontinuidade. Séries de potências. Noções topológicas no espaço euclidiano.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

#### **Unidade 1 - Fórmula de Taylos e Aplicações da derivada**

Fórmulas de Taylor. Funções convexas.

#### **Unidade 2 - Integral de Riemann**

Partição. Refinamento. Somas e integrais superiores e inferiores. Integral de Riemann. Teoremas sobre funções integráveis. Primitivas e a Fórmula Fundamental do Cálculo. Mudança de variável e integração por partes. Integrais Impróprias.

#### **Unidade 3 - Sequência e Séries de funções**

Sequência de funções reais. Convergência simples. Convergência uniforme. Série de funções reais. Teste de Weierstrass. Série de potências. Derivação termo a termo. Séries de Taylor. Equicontinuidade. Teorema de Arzelá-Áscoli.

#### **Unidade 4 - Topologia no Espaço Euclidiano**

Produto Interno e Norma no  $R^n$ . Bolas e Conjuntos Limitados. Propriedades das Bolas Abertas e Fechadas. Vizinhança. Posto Inferior. Posto Fronteira. Ponto Aderente. Posto Isolado e Ponto de Acumulação. Sequencia em  $R^n$ . Sequência de Cauchy. Critérios de Convergência. Conjuntos Abertos. Conjuntos Fechados. Conjuntos Compactos. Conjuntos Conexos. Distância entre dois Conjuntos.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

**Bibliografia básica:**

LIMA, Elon L. Curso de Análise, Volume 1, 11 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 2004.

LIMA, Elon L. Curso de Análise, Volume 2, 6 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 2000.  
FIGUEIREDO, Djairo G. Análise I. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2000.

SPIVAK, M. Calculus, 3a ed. , Cambrige University Press, 2006.

### **Bibliografia complementar:**

LIMA, Elon L. Análise Real, Volume 1, Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

LIMA, Elon L.. Análise Real, Volume 2, Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

ÁVILA, Geraldo e BLUCHER, Edgard. Análise Matemática para Licenciatura. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001.

BARTLE, Robert G. Elementos de Análise Real, Rio de Janeiro: Campus, 1983.

MEDEIROS, L.A, MALTA, S., LÍMACO & CLARK, H. R. Lições de Análise Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

BARTLE, Robert G. The elements of Real Analysis, Second Edition, John Wiley e Sons, 1976.

LANG, Serge. Analysis I. Addison-Wesley Publishing Company, 1969.

## **Álgebra Linear II**

### **OBJETIVOS:**

- Estudar operadores lineares em espaços de dimensão finita e com produto interno.
- Descrever operadores lineares em termos de subespaços invariantes.
- Relacionar espaços vetoriais e espaços duais, bem como transformações lineares e suas adjuntas
- Estimular a redação matemática formal.

### **EMENTA:**

Formas canônicas elementares. As formas racionais e de Jordan. Espaços com produto interno. Teorema da decomposição espectral. Formas bilineares.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

#### **Unidade 1 - Espaços Vetoriais e Transformações Lineares**

Espaços Vetoriais (sobre corpos quaisquer). Base e Dimensão. Transformações Lineares. Teorema do Núcleo e da Imagem. Álgebra das Transformações Lineares. Isomorfismo. Representação Matricial. Funcionais Lineares e Espaço Dual. Base Dual. O Espaço Bidual. Transposta de uma Transformação Linear.

#### **Unidade 2 - Formas Canônicas**

Autovalores e Autovetores. Polinômios Característico e Minimal. Teorema de Cayley-Hamilton. Subespaços Invariantes e Decomposição em Somas Diretas Invariantes. Diagonalização e Triangulação de Operadores. Teorema da Decomposição Primária. Subespaços Cíclicos. Polinômios Anuladores. Decomposição Cíclica. Forma Racional. Forma de Jordan.

### **Unidade 3 - Espaços com Produto Interno**

Produto Interno e Espaços com Produto Interno. Desigualdade de Cauchy-Schwarz. Norma e Lei do Paralelogramo. Subespaços Ortogonais. Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt. Operadores Unitários. Operadores Normais. Operadores Auto-adjuntos. Teorema Espectral.

### **Unidade 4 - Formas Bilineares**

Formas Bilineares. Formas Bilineares Simétricas e Anti-simétricas. Reconhecimento de Quádricas.

#### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

##### **Bibliografia básica:**

LIMA, Elon L. Álgebra Linear, 7 ed. Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

HOFFMAN, K. e KUNZE, R.. Álgebra Linear, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

KAHN, Peter J. Introduction to Linear Álgebra, Herper & Row, Publisher, 1967.

##### **Bibliografia complementar:**

ANTON, Howard e RORRES, Chris. Álgebra Linear com Aplicações, 8 Ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BUENO, Hamilton P. Álgebra Linear: Um Segundo Curso, Textos Universitários, Rio de Janeiro: SBM -Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

JACOBSON, Nathan, Lectures in Abstract Álgebra – Linear Álgebra, Graduate Texts in Mathematics 31, Springer-Verlag, USA, 1975.

LANG, Serge. Álgebra Linear, Coleção Clássicos da Matemática, Editora Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 2003.

HERSTEIN, I. N. Topics in Algebra, Second edition, John Wiley & Sons, Inc. , 1975.

### **Análise III**

#### **OBJETIVOS:**

- Estudar limite, continuidade e diferenciabilidade de funções reais de  $n$  variáveis, culminando nas demonstrações dos teoremas da função implícita e inversa.
- Estudar integrais múltiplas e o Teorema da mudança de variável.
- Desenvolver o raciocínio lógico-analítico-formal.
- Estimular a redação matemática formal.

#### **EMENTA:**

Limites, continuidade e diferenciabilidade de aplicações  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Teorema de Schwarz. Fórmula de Taylor e aplicações. Multiplicadores de Lagrange. Teorema da função implícita. Teorema da função inversa. Integrais múltiplas e o Teorema da mudança de variáveis.

#### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

## **Unidade 1 - Funções Reais de Várias Variáveis**

Limites de Funções em  $\mathbb{R}^n$ . Continuidade de Funções em  $\mathbb{R}^n$ . Propriedades Locais e Globais das Funções Contínuas. Continuidade Uniforme. Funções Contínuas em Compactos.

## **Unidade 2 - Derivadas de Funções de Várias Variáveis**

Derivadas parciais. Derivadas diferenciais. Derivadas com Aplicação Linear. Matriz Jacobiana. Classes de Diferenciabilidade. Desenvolvimento de Taylor. Máximos e Mínimos. Funções Inversas e Implícitas. Teorema do Posto.

## **Unidade 3 - Aplicações Diferenciáveis**

Diferenciabilidade de uma aplicação. Exemplos de aplicações diferenciáveis. A regra da cadeia. A fórmula de Taylor (Com resto infinitesimal, de Lagrange e integral) para campos vetoriais. Máximos e Mínimos. Desigualdade do Valor Médio. Seqüências de aplicações diferenciáveis. Aplicações fortemente diferenciáveis.

## **Unidade 4 - Os Teoremas Fundamentais da Análise**

O Teorema da Aplicação Inversa. O Teorema do Ponto Fixo. O Teorema da perturbação da Identidade. O Teorema da aplicação inversa. Aplicação: O Lema de Morse. Os Teoremas da forma local das imersões e submersões. O Teorema da aplicação implícita. O Teorema do posto.

## **Unidade 5 - Integração Múltipla**

Integração de caminhos. Comprimento de caminhos. Primitiva e o Teorema Fundamental do Cálculo para caminho. Integrais repetidas e múltiplas. Mudança de variáveis em integrais múltiplas.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

#### **Bibliografia básica:**

LIMA, Elon L. Curso de Análise. Volume 2, 6 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 2000.  
LIMA, Elon L. Análise Real. Volume 2, Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.  
BARTLE, Robert G. Elementos de Análise Real. Rio de Janeiro: Campus, 1983.

#### **Bibliografia complementar:**

LIMA, Elon L. Análise Real, Volume 2, Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.  
LIMA, Elon L. Análise no Espaço  $\mathbb{R}^n$ . Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.  
SPIVAK, Michael. Cálculo em Variedades. Barcelona: Editorial Reverté, 1965.  
RUDIN, W. Principles of Mathematical Analysis. International Series in Pure and Applied. 3rd Edition. McGraw-Hill Companies. New York, 1976.

# TOPOLOGIA DOS ESPAÇOS MÉTRICOS

## OBJETIVOS:

- Estudar nos espaços topológicos os conceitos relativos a limites, continuidade e suas propriedades.

## EMENTAS:

Espaços Métricos. Funções Contínuas. Básica da Topologia. Conjuntos Conexos. Limites. Continuidade Uniforme. Espaços Métricos Completos. Espaços Métricos Compactos.

## CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

**UNIDADE 1 - ESPAÇOS MÉTRICOS.** Métricas: Definição de Espaço Métrico e Subespaços: Exemplos de Espaços Métricos. Produtos de Espaços Métricos. Distância entre Ponto e Conjunto. Distância entre Conjuntos. Diâmetro. Bolas Abertas: Definição de Bola Aberta: Bolas Abertas e Produto Cartesiano de Espaços Métricos. Propriedades Básicas das Bolas Abertas. Métricas e Normas Equivalentes. Sequências em Espaços Métricos.

**UNIDADE 2 - TOPOLOGIA DOS ESPAÇOS MÉTRICOS.** Definição de Topologia. Espaço Topológico. Conjuntos Abertos. Conjuntos Fechados. Ponto Aderente e Fecho. Ponto de Acumulação. Proposições sobre Conjuntos Abertos e Conjuntos Fechados.

**UNIDADE 3 – CONTINUIDADE.** Funções Contínuas. Definição e Exemplos. Proposições sobre continuidade. Operações com Funções Contínuas. Continuidade das Transformações Lineares. Funções Uniformemente Contínuas. Definição e Exemplos. Proposições com Funções Uniformemente Contínuas. Homeomorfismos.

**UNIDADE 4 - CONJUNTOS COMPACTOS.** Compacidade. Definição e Exemplos. Propriedades dos Conjuntos Compactos. Produto Cartesiano Finito de Espaços Compactos. Continuidade e Compacidade. Compacidade e Continuidade Uniforme. Distância entre Conjuntos Compactos. Abertos e Compactos. A Propriedade de Heine Borel. Existência de um Número de Lebesgue. O Teorema de Cantor-Tychonoy.

**UNIDADE 5 - CONJUNTOS CONEXOS.** Cisão ou Desconexão. Definição de Conjunto Conexo. Exemplos. Proposições sobre Conjuntos Conexos. Produto Cartesiano de Conjuntos Conexos. Conexidade na Reta. Teorema do Valor Intermediário. Teorema do Ponto Fixo de Brouwer em uma Dimensão. Conexidade por Caminhos. Definição e Exemplos. Relação entre Conexidade e Conexidade por Caminhos. Componentes Conexos.

**UNIDADE 6 - ESPAÇOS MÉTRICOS COMPLETOS.** Sequências de Cauchy. Definição e Exemplos. Sequências de Cauchy e Continuidade Uniforme. Espaços Métricos Completos. Definição e Exemplos. Espaços de Banach e Hilbert. Definição e Exemplos. Extensão de Funções Contínuas. Extensão de Funções Uniformemente Contínuas. Completamento de um Espaço Métrico. Teorema do Ponto Fixo de Banach e o Método da Aproximação Sucessiva. Teorema dos Fechados Encaixantes. Teorema de Baire. Existência de Funções Contínuas sem Derivada em Ponto algum. Relação entre Espaços Completos e Espaços Compactos.

Equivalência entre os vários Conceitos de Espaços Compactos.

**UNIDADE 7 - INTRODUÇÃO A TOPOLOGIA.** Espaços Topológicos. Definição e Exemplos. Espaços T-1 e Espaços T-2 ou de Hausdorff. Bases Locais. Primeiro Axioma da Enumerabilidade. Bases Globais. Segundo Axioma da Enumerabilidade. Espaços Separáveis. Funções Contínuas..Funções Sequencialmente Contínuas. Propriedades Topológicas de um Espaço em Geral. Espaços Conexos. Espaços Compactos.

#### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

ESPAÇOS MÉTRICOS E INTRODUÇÃO A TOPOLOGIA - Hygino H. Domingues- Ed. Atual  
ESPAÇOS MÉTRICOS - Elon Lages Lima, Projeto Euclides,  
APLICAÇÕES DA TOPOLOGIA A ANÁLISE - Chaim Samuel Honig- Projeto Euclides  
METRIC SPACES - E.T Copson, Cambridge university Press.

## **INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL**

### **OBJETIVOS:**

Fornecer os conceitos de curvatura e torção, de uma curva parametrizada regular, os quais permitem caracterizar, a menos de movimento rígido de  $\mathbb{R}^3$ , várias classes de curvas bem como obter propriedades gerais dessas classes de curvas.

Utilizar as formas quadráticas associadas a uma superfície regular para estudar suas propriedades. A primeira forma quadrática (métrica) trata dos aspectos geométricos intrínsecos (comprimento de curvas, área etc.). E, a segunda, dos aspectos extrínsecos que permitem entender a maneira como uma superfície se encontra mergulhada no espaço ambiente  $\mathbb{R}^3$  (linhas de curvatura, linhas assintóticas, etc).

Generalizar alguns conceitos do cálculo diferencial para aplicações com domínio numa superfície.

### **EMENTAS:**

Teoria Local de Curvas Planas e Espaciais. Teoria Local das Superfícies. Teorema Egregium de Gauss.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

**UNIDADE 1 - CURVAS PLANAS.** Curva Parametrizada Diferenciável. Vetor Tangente. Curva Regular. Mudança de Parâmetro. Comprimento de Arco. Reparametrização pelo Comprimento de Arco. Teoria local das Curvas Planas. Fórmulas de Frenet. Curvatura de uma Curva Plana. Interpretação Geométrica do Sinal da Curvatura. Círculo Osculador. Centro de Curvatura. Evoluta e Involuta. Teorema Fundamental das Curvas Planas.

**UNIDADE 2 - CURVAS E ESPAÇO.** Curva Parametrizada Diferenciável. Vetor Tangente Curva Regular. Mudança de Parâmetro. Comprimento de Arco. Reparametrização pelo Comprimento de Arco. Teoria local das Curvas no Espaço. Fórmula de Frenet. Curvatura e Torção. Definição e Caracterização das Hélices. Representação Canônica das Curvas. Interpretação do Sinal de Torção. Isometrias de  $\mathbb{R}^3$ . Caracterização das Isometrias. A Diferencial de uma Isometria. Curvas Congruentes. Teorema Fundamental das Curvas no Espaço.

**UNIDADE 3 - TEORIA LOCAL DAS SUPERFÍCIES.** Superfícies Parametrizada Regular. Definição. Exemplos. Mudanças de Parâmetros. Plano Tangente. Vetor Normal. A Aplicação Normal de Gauss. A Primeira forma Quadrática: Definição. Propriedades. Exemplos.

Aplicações. A Segunda forma Quadrática. Curvatura Normal. Curvaturas Principais. Curvatura Gaussiana. Curvatura Média. A Fórmula de Euler. A Curvatura Média e Gaussiana em Termos dos Coeficientes das 1ª e 2ª Formas Quadráticas. Determinação das Direções Principais. Classificação dos pontos de uma superfície: Exemplos. Estudo do comprimento da superfícies a partir do Sinal da Curvatura Gaussiana. Linhas de Curvaturas. Linhas Assintóticas. Geodésicas. Obtenção dos Símbolos de Christoffel. Caracterização das Geodésicas de uma Superfície. Equação de Gauss. Equações de Codazzi-Mainardi. Equações de Compatibilidade. Teorema Egregium de Gauss. Teorema Fundamental das Superfícies.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL - Tenenblat, Heti - UnB  
DIFFERENTIAL GEOMETRY OF CURVES AND SURFACES - Carmo, M. do- Prentice-Hall,  
LECTURES ON CLASSICAL DIFFERENTIAL GEOMETRY- Struik, D.J.

## **Álgebra I**

### **OBJETIVOS:**

- Apresentar um estudo introdutório da teoria dos anéis.
- Estimular a redação matemática formal.

### **EMENTA:**

Anéis e corpos. Subanéis e ideais. Domínios de integridade. Anéis quocientes. Homomorfismos e isomorfismos. Característica de um anel. Anéis fatoriais. Anéis de polinômios. Extensões algébricas dos racionais.

### **CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

#### **Unidade 1 - Anéis**

Anéis. Anéis Comutativos e Anéis com Unidade. Elementos Inversíveis, Anéis com Divisão e Corpos. Exemplos Clássicos de Anéis. Produto Direto de Anéis. Divisores de Zero e Domínios de Integridade. Subanéis e Ideais. Operações com Ideais. Ideal Gerado e Ideal Principal. Ideais Primos e Ideais Maximais. Anéis Quocientes. Característica de um Anel. Homomorfismos e Isomorfismos de Anéis. Teoremas de Isomorfismo. Corpo de Frações de um Domínio de Integridade.

#### **Unidade 2 - Anéis Fatoriais**

Divisibilidade. Elementos Associados. Elementos Primos e Elementos Irredutíveis. Máximo Divisor Comum. Domínios de Fatoração Única (DFU). Domínios de Ideais Principais (DIP). Domínios Euclidianos (DE). Anéis Quadráticos.

#### **Unidade 3 - Anéis de Polinômios**

Polinômios em uma Indeterminada. Soma e Produto de Polinômios. Anéis de Polinômios. Algoritmo da Divisão. Raízes de Polinômios. Polinômios sobre um Corpo. Teorema Fundamental da Álgebra. Polinômios sobre os Inteiros e sobre os Racionais. Polinômios Primitivos e Lema de Gauss. Critério de Eisenstein. Polinômios sobre um DFU. Polinômios em

Várias Indeterminadas.

### **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

#### **Bibliografia básica:**

FRALEIGH, John B.. A First Course in Abstract Algebra. Sixth Edition, New York: Addison Wesley, 2000.

GONÇALVES, Adilson. Introdução à Álgebra. 5 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 1999.

HERSTEIN, I. N. Tópicos de Álgebra. Second Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1975.

#### **Bibliografia complementar:**

GARCIA, Arnaldo e LEQUAIN, Yves. Elementos de álgebra. 1 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/ IMPA, 2002.

LANG, Serge. Estruturas Algébricas. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1972.

MONTEIRO, L.H. Jacy. Elementos de Álgebra. Rio de Janeiro: Livro Técnicos Científicos, 1971.

HYGINO H. Domingues e YEZZI, Gelson. Álgebra Moderna. 4 ed., São Paulo: Atual, 2003.

GARCIA, Arnaldo e LEQUAIN, Yves. Álgebra: Um Curso de Introdução. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 1988.